4. Модели изостазии. Упругие свойства литосферы

- Понятие об изостазии
- Модели локальной изостазии
- Модели региональной изостазии с учетом упругих свойств литосферы
- Соотношение рельефа, гравитационных аномалий и упругих свойств континентальной литосферы
- Модели упругого изгиба океанической литосферы
- Упругие и вязко-упругие свойства литосферы

1

В.С.Захаров

Понятие об изостазии

Гравитационные аномалии в свободном воздухе (повторение)

Для адекватного сопоставления результатов измерений надо внести **поправки**, учитывающие **широту и высоту** точки измерения



При измерении на высоте h над геоидом:

$$g(h) = g_0 \frac{R_E^2}{(R_E + h)^2}, \quad \text{или} \quad g(h) \approx g_0\left(1 - 2\frac{h}{R_E}\right). \qquad (1)$$

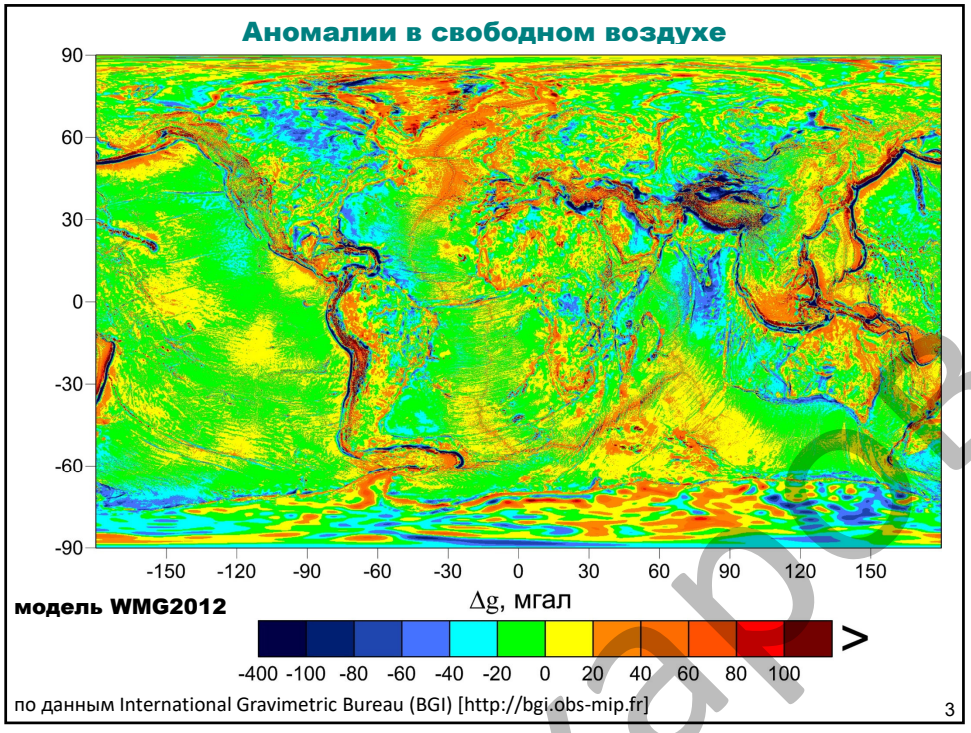
Поправка за свободный воздух δg_{fa} – величина, на которую надо скорректировать измеренные значения, чтобы **привести** их к уровню моря (т.е. к **геоиду**):

$$\delta g_{fa} = g_0 - g(h) = g_0 \frac{2h}{R_E}. \qquad (2)$$

Аномалия в свободном воздухе (аномалия **Фая**) Δg_{fa}

$$\Delta g_{fa} = \underset{\text{наблюдение}}{g_{obs}} - \underset{\substack{\text{нормальное}\\ \text{поле (от широты } \varphi)}}{g_0(\varphi)} + \underset{\substack{\text{поправка}\\ \text{за св.воздух}}}{\delta g_{fa}} = g_{obs} - g_0(\varphi)\left(1 - 2\frac{h}{R_E}\right) \qquad (3)$$

2

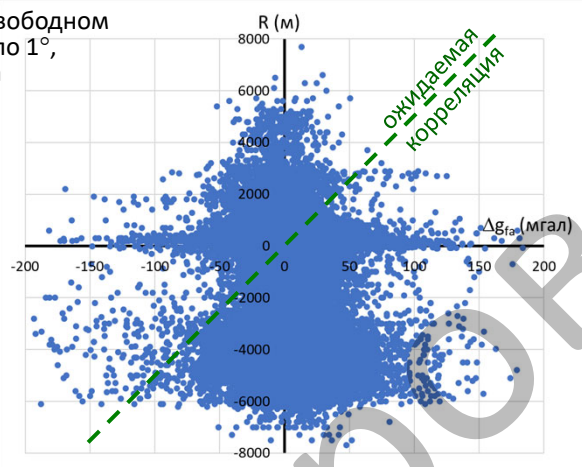

Аномалии в свободном воздухе
90
60
30
0
-30
-60
-90
-150 -120 -90 -60 -30 0 30 60 90 120 150
Δg, мгал
модель WMG2012
-400 -100 -80 -60 -40 -20 0 20 40 60 80 100
по данным International Gravimetric Bureau (BGI) [http://bgi.obs-mip.fr]
3


Рельеф и гравитационные аномалии в свободном воздухе
Континентальные орогены
~>1000 км
рельеф
рельеф, км
2
1
0
0
500
1000
1500
x, км
аномалии в свободном воздухе
расчетные (по рельефу)
наблюденные
Δgfa, мгал
200
50
-50
0
2
4
6
км
Океанские острова
~100 км
аномалии в свободном воздухе
0 км 100
рельеф
4

В.С. Захаров

Соотношение аномалий в свободном воздухе и рельефа

Соотношение аномалий в свободном воздухе, усредненных по 1°, с высотой рельефа



Δg_{fa} - мало́, слабо коррелирует с рельефом (Буге, 1749)

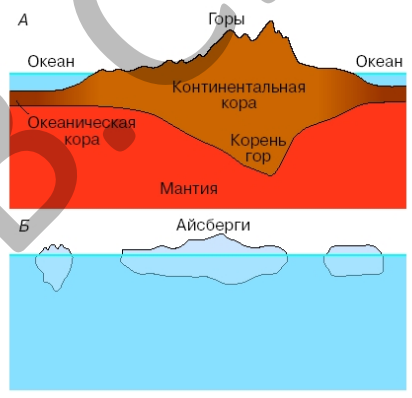
⇩

Действует механизм компенсации

В.С. Захаров

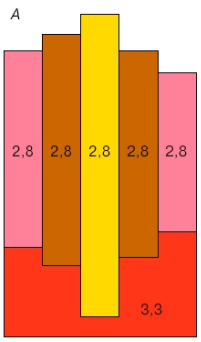
Понятие изостазии

Изостазия - состояние **механического равновесия** поверхностной оболочки Земли, при котором на некоторой глубине в верхней мантии (обычно 100–150 км) давление вышележащих пород становится одинаковым по латерали. Избыток или недостаток масс на поверхности компенсируется соответствующим **перераспределением** масс в её недрах, подчиняясь закону плавания тел Архимеда. Термин введён К. Деттоном (1882) [БРЭ].



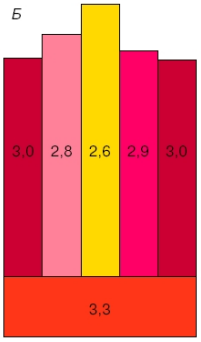
"Корень" гор (*А*). Чем выше горы, тем "корень" гор глубже проникает в верхнюю мантию. "Корень" гор компенсирует, уравновешивает массу гор; *Б* – айсберги, плавающие в морской воде. Над поверхностью воды возвышается одна треть ледяной глыбы

Схема Дж.Эри (1855)



чем выше горы, тем глубже их «корни»

Схема Дж. Пратта (1858)



чем выше горы, тем меньше плотность, подошва коры «плоская»

6

Схемы локальной изостазии

Схема Пратта

Из условия баланса сил на глубине компенсации:

$$\rho g H_k = \rho_i g(R_i + H_k)$$

$$\rho_i = \frac{H_к}{H_к + R_i}\rho,$$

или $R_i = \frac{\rho - \rho_i}{\rho_i} H_к$

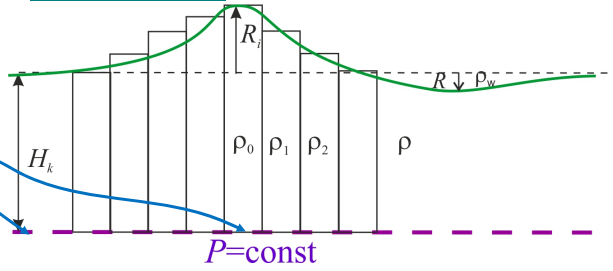


Схема Эри

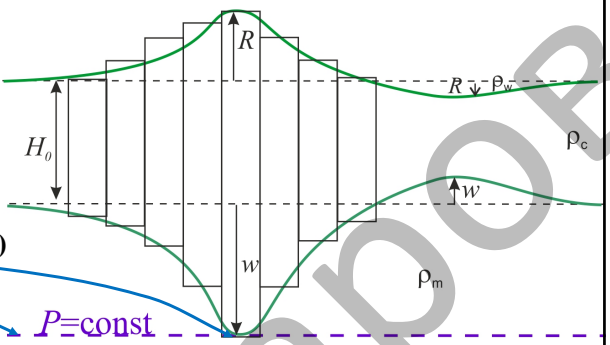
«невозмущенная мощность коры H_0
утолщение коры $H = R + w$
полная мощность коры $H_C = H_0 + H$

Из условия баланса сил на глубине наибольшего погружения:

$$(\rho_c g H_0 + \rho_m g w) = \rho_c g(H_0 + H)$$

F_A = F_T

$$w = \frac{\rho_c}{\rho_m} H, \quad R = \frac{\rho_m - \rho_c}{\rho_c} w = \frac{\rho_m - \rho_c}{\rho_m} H$$



7

Задачи

Геофизики

4.1. Морской бассейн, имеющий глубину 2 км, находится в изостатическом равновесии. Определить общую величину уменьшения мощности коры, использую схему Эри. Плотность коры 2.8 г/см³, плотность мантии 3.3 г/см³, плотность воды 1.0 г/см³.

4.2. Горы высотой 4 км находятся в изостатическом равновесии. Какова будет высота гор после достижения нового состояния равновесия, если с поверхности эродирует 3 км? Сколько материала должно быть эродировано, чтобы полностью срезать горы до уровня моря? Плотность коры 2.8 г/см³, плотность мантии 3.3 г/см³.

Геологи

4.1. Морской бассейн, имеющий глубину 2 км, находится в изостатическом равновесии. Определить общую величину уменьшения мощности коры, использую схему Эри. Плотность коры 2.8 г/см³, плотность мантии 3.3 г/см³, плотность воды 1.0 г/см³.

4.2. Оцените мощность ледника и его поверхностный рельеф в районе северной части Ботнического залива 10 тыс лет назад , в предположении изостатической компенсации района перед началом таяния ледника и в настоящее время (по модели Эри). Плотность льда 0.92 г/см³, мантии 3.3 г/см³. (Взять макс. прогибание для ≈10 т.л. из данных в лекции о реологии).

8

В.С. Захаров

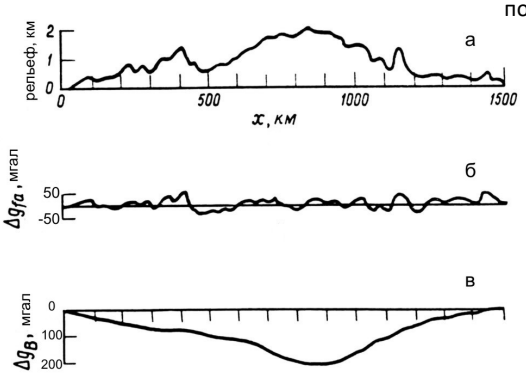
Аномалия Буге

Вследствие изостазии аномалии в свободном воздухе непригодны для исследования глубинных частей земной коры. Для того чтобы выделить проявление «корней», нужно исключить из гравитационного поля компенсирующий их вклад масс рельефа поверхности высотой R. Для этого:

поправка Буге $\delta g_B = 2\pi G \rho_c R$ – вклад рельефа **(6)**

аномалия Буге $\Delta g_B = \Delta g_{fa} - \delta g_B = \underbrace{\Delta g_{fa} - 2\pi G \rho_c R}$ **(7)**

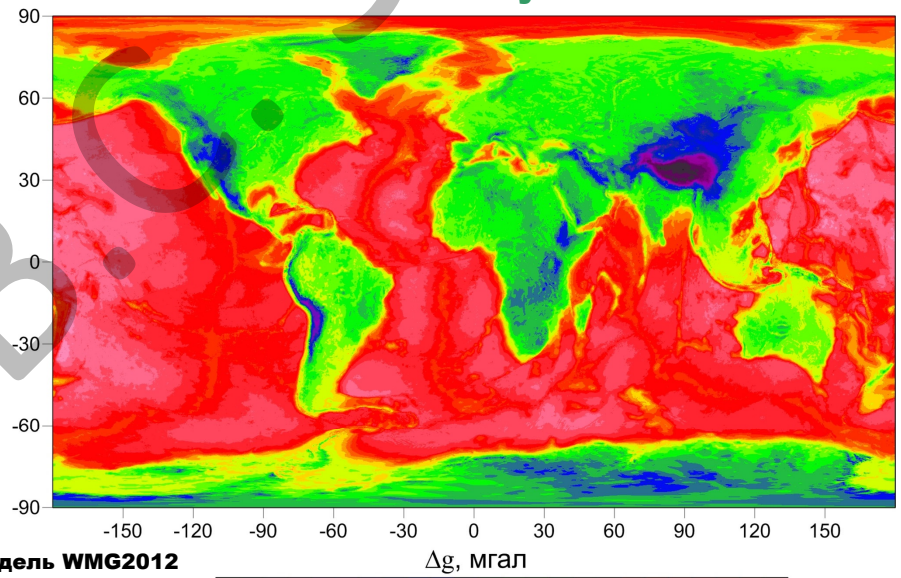
поле «корней»



Аномалии Буге на континентах над горными хребтами пониженные (в случае полной изостазии – отрицательные), над впадинами – повышенные.
В океанах – наоборот

9

Аномалии Буге



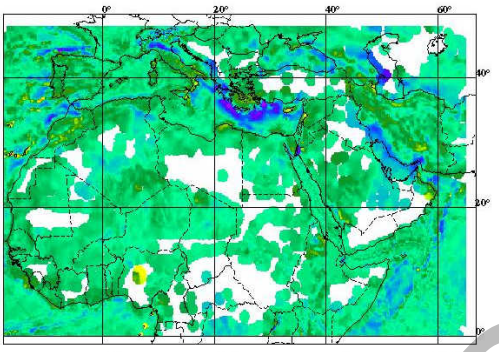
по данным International Gravimetric Bureau (BGI)(http://bgi.obs-mip.fr)

10

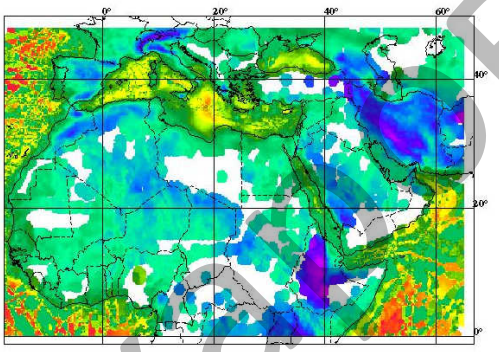
В.С. Захаров

Африка

Аномалии в свободном воздухе



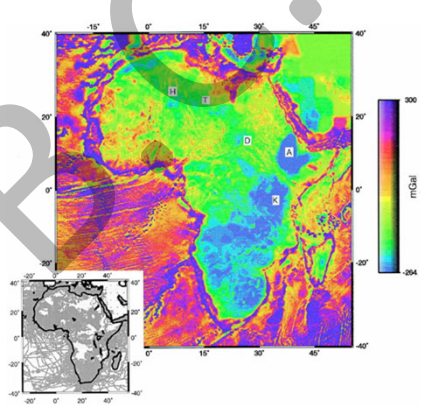
Аномалии Буге

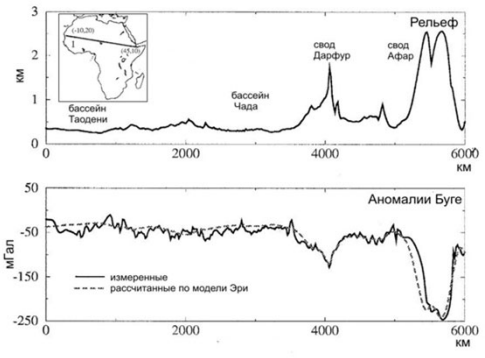


11

Аномалии Буге

рассчитанные по данным GMT с учетом модели однородных плоских слоев (ρ_c= 2670 кг/м^3, ρ_w=1030 кг/м^3).





12

В.С. Захаров

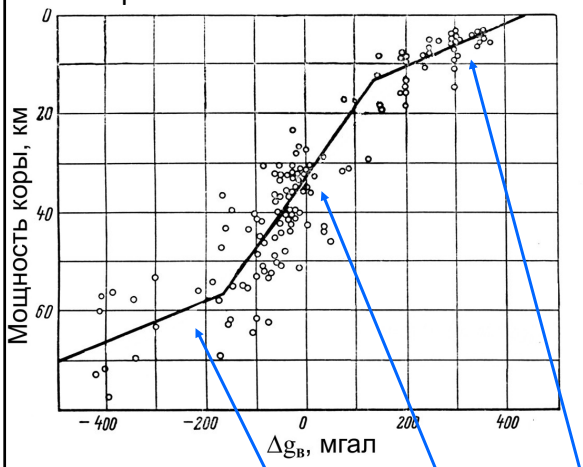
В рамках **изостатической гипотезы**: $\Delta g_B = \Delta g_{fa} - 2\pi G\rho_c R = \Delta g_{fa} - 2\pi G\rho_c (\Delta\rho/\rho_c \cdot w)$

$$\Delta g_B = \text{const} - 2\pi G \Delta\rho H_C$$

или **(8)**

$$H_C = \text{const2} - \Delta g_B / 2\pi G \Delta\rho$$

$$\Delta\rho = \rho_m - \rho_c$$



Связь между аномалией Буге и толщиной земной коры H_C (H_C - по сейсмическим данным, Δg_B - по гравиметрическим).

Зависимость состоит из линейных (приближенно) участков с различным наклоном, каждый из которых соответствует **особому типу** коры (переходный , океанический, континентальный) с разной плотностью (и, соответственно, разным $\Delta\rho$).
По наклону прямой оценивается скачок плотности на границе Мохоровичича $\Delta\rho$.
Для континентов $\Delta\rho \approx 0.55$ г/см^3.

13

В.С. Захаров

задачи

4.3. По соотношению мощности коры Hc и аномалий Буге Δg_B определить изменение плотности на границе коры и мантии, считая район изостатически скомпенсированным

Δg_B, мГал	H_c, км
47	19.3
142	15.5
148	11.3
236	12
282	6.2
371	5.1
422	4.2

Все величины переводить в СИ (!!!)

14

Изостатические аномалии Δg_I

$$\Delta g_I = \Delta g_B - \Delta g_R \quad (9)$$

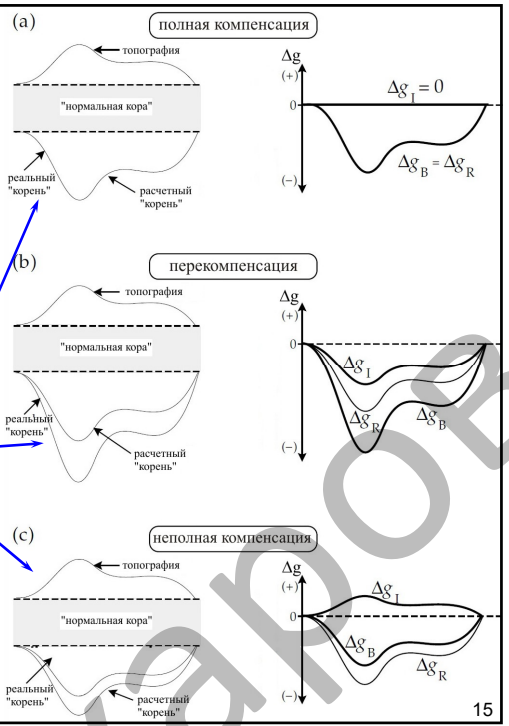
Δg_R – аномалия **корня** рельефа **рассчитанная** по схеме Эри

Определение состояния изостазии:

(a) $\Delta g_I \approx 0$ – **полная** компенсация

(b) $\Delta g_I < 0$ – **пере**компенсация

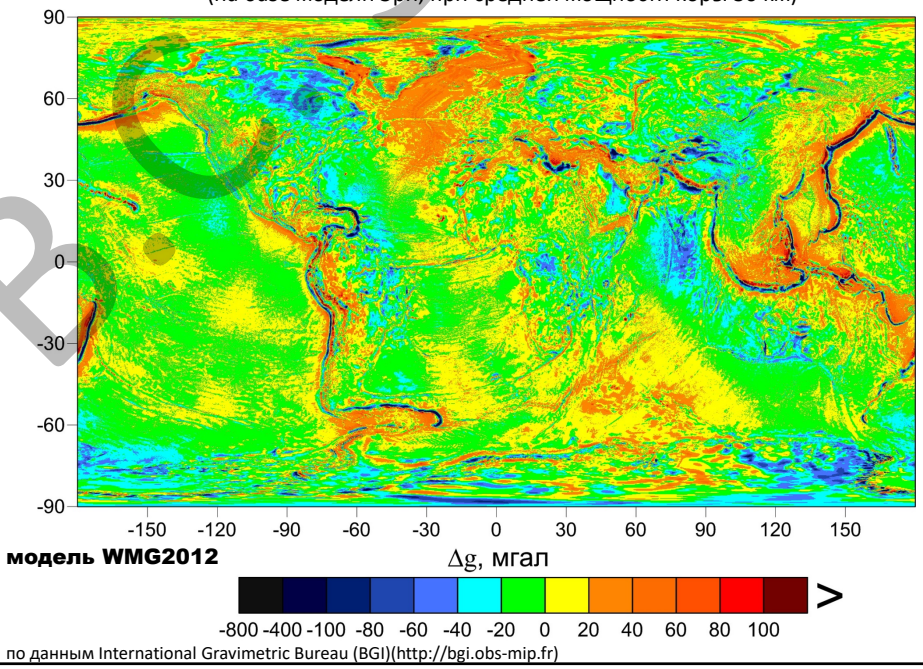
(c) $\Delta g_I > 0$ – **неполная** компенсация



15

Изостатические аномалии

(на базе модели Эри, при средней мощности коры 30 км)



16

В.Захаров

Изостазия: резюме

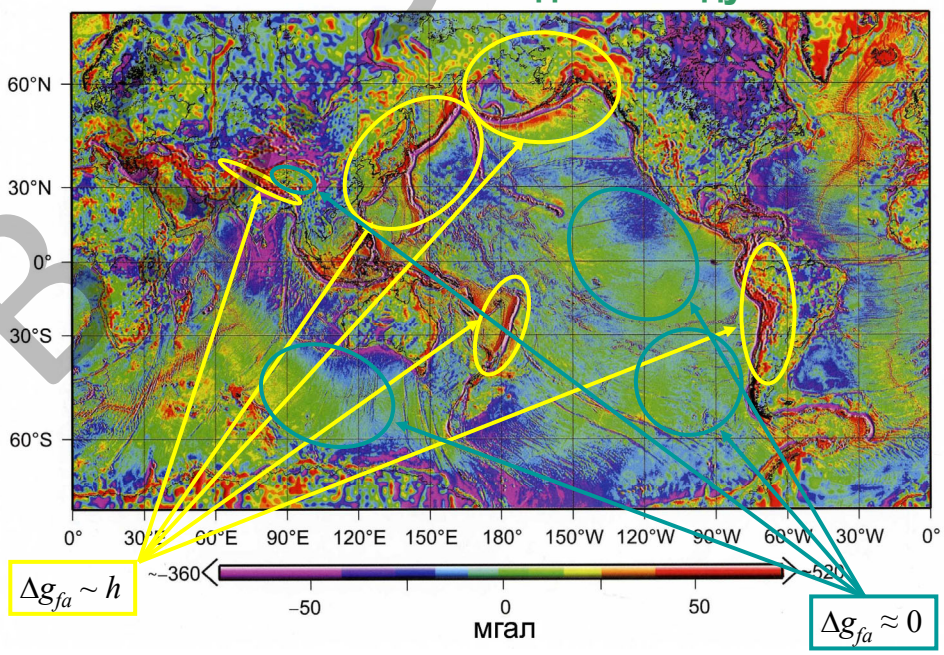
- **Полная компенсация** $\Delta g_{fa} \approx 0;\ \Delta g_{\mathrm{B}} \sim -h;\ \Delta g_{\mathrm{I}} \approx 0$
- Полное **отсутствие** компенсации $\Delta g_{fa} \sim h;\ \Delta g_{\mathrm{B}} \approx 0;\quad \Delta g_{\mathrm{I}} > 0$
- Из гравитационных наблюдений:

  коротковолновые возмущения (~ 100 км): $\Delta g_{fa} \sim h;\ \Delta g_{\mathrm{B}} \approx 0$

  длинноволновые возмущения (> ~ 1000 км): $\Delta g_{fa} \approx 0;\ \Delta g_{\mathrm{B}} \sim -h$
- Коротковолновая нагрузка не компенсируется (из-за жесткости литосферы)
- Длинноволновая нагрузка компенсируется
- Аномалии в свободном воздухе и изостатические аномалии используют для анализа **изостазии**
- Аномалии Буге чаще используют для исследования более **глубоких слоев** (нижняя кора, подкоровая литосфера)

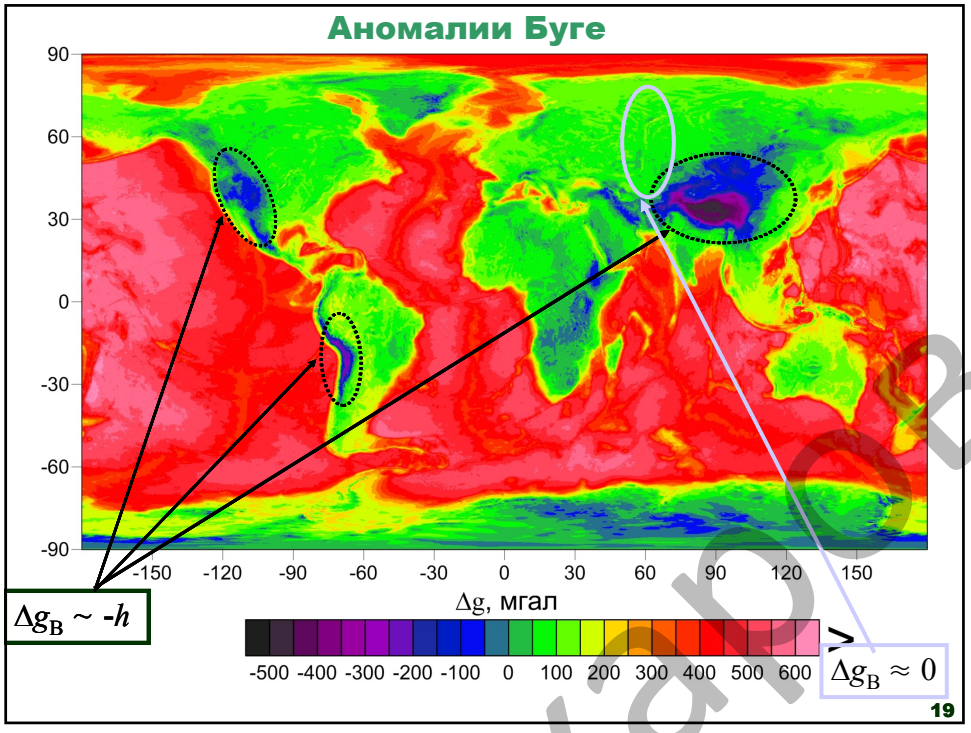
17

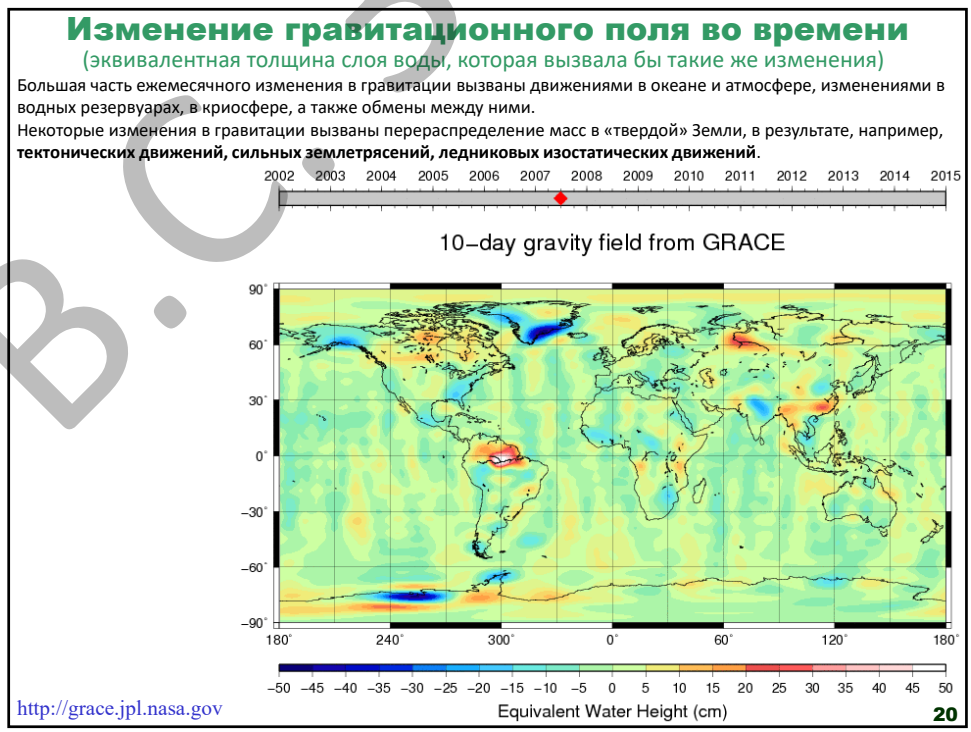
Аномалии в свободном воздухе



18

В.С. Захаров


Аномалии Буге
90
60
30
0
-30
-60
-90
-150 -120 -90 -60 -30 0 30 60 90 120 150
Δg, мгал
-500 -400 -300 -200 -100 0 100 200 300 400 500 600
$\Delta g_B \sim -h$
$\Delta g_B \approx 0$
19

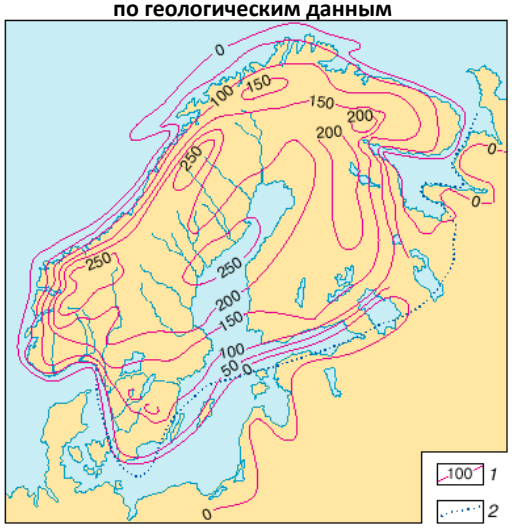

Изменение гравитационного поля во времени
(эквивалентная толщина слоя воды, которая вызвала бы такие же изменения)
Большая часть ежемесячного изменения в гравитации вызваны движениями в океане и атмосфере, изменениями в водных резервуарах, в криосфере, а также обмены между ними.
Некоторые изменения в гравитации вызваны перераспределение масс в «твердой» Земли, в результате, например, **тектонических движений, сильных землетрясений, ледниковых изостатических движений**.
2002 2003 2004 2005 2006 2007 2008 2009 2010 2011 2012 2013 2014 2015
10–day gravity field from GRACE
90° 60° 30° 0° -30° -60° -90°
180° 240° 300° 0° 60° 120° 180°
-50 -45 -40 -35 -30 -25 -20 -15 -10 -5 0 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50
Equivalent Water Height (cm)
http://grace.jpl.nasa.gov
20

В.С. Захаров

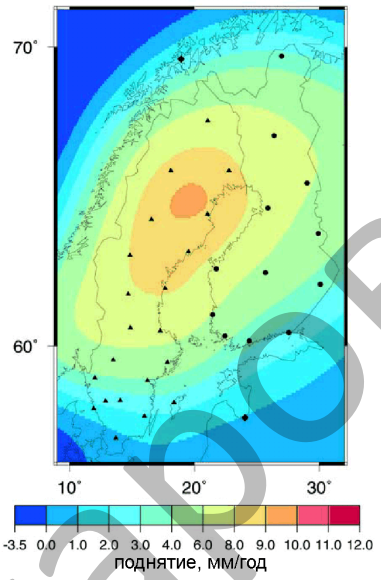
Послеледниковое поднятия (восстановление изостазии)

Скандинавия

величина поднятия за 7-8 тыс лет по геологическим данным



[Никонов, 1977]



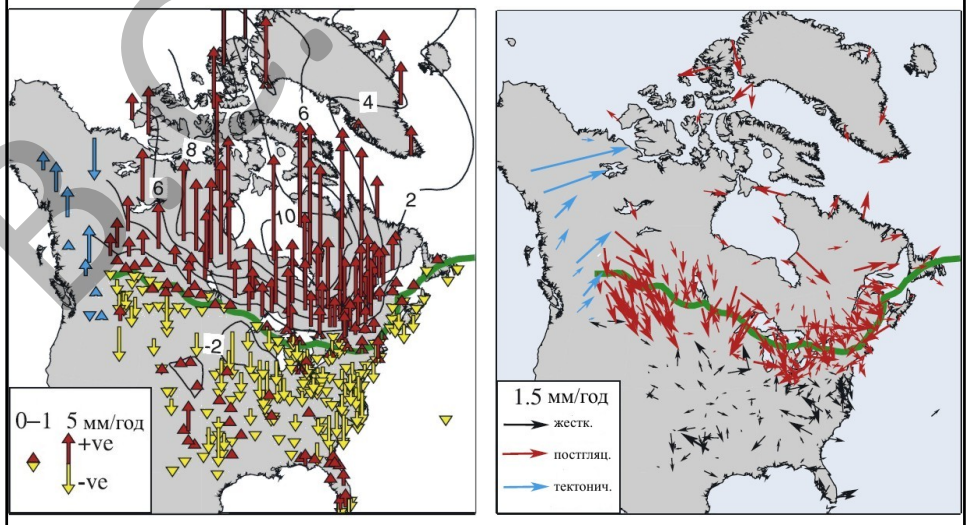
[Johansson et al., 2002]

21

Канадский щит

Скорости движений

вертикальных горизонтальных

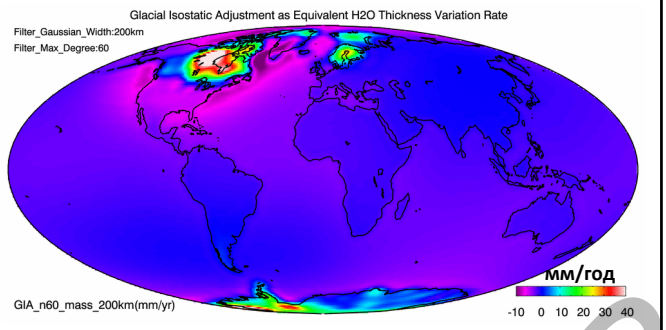


Зеленая линия – линия рассчитанной нулевой вертикальной скорости. Голубые стрелки - скорости движений, имеющих тектоническую природу [Sella et al., 2007]

22

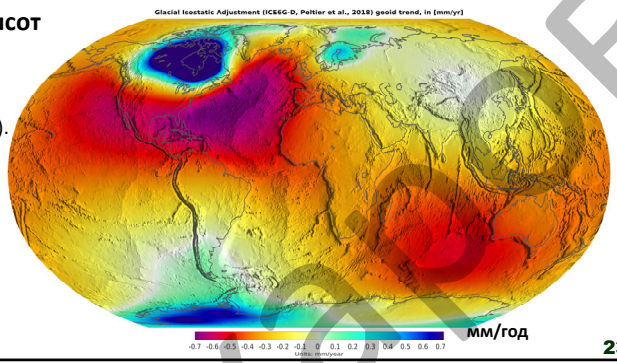
В.С. Захаров

Скорость изостатических движений



Скорость изменения высот геоида

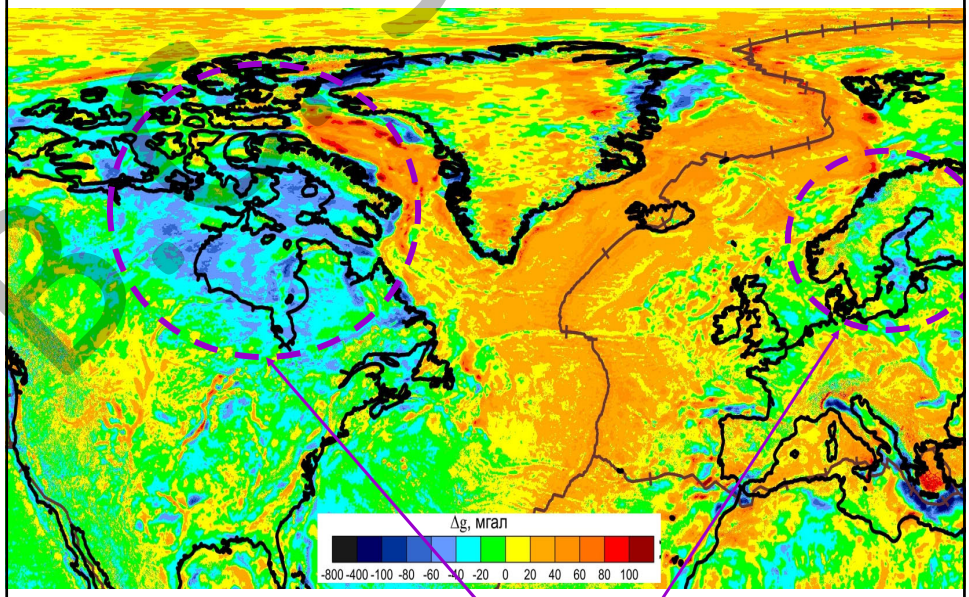
По модели ICE6G-D
(с применением 300-км фильтра).



[Peltier et al., 2018]

23

Изостатические аномалии



Области **перекомпенсации**
(отрицательные изостатические аномалии)

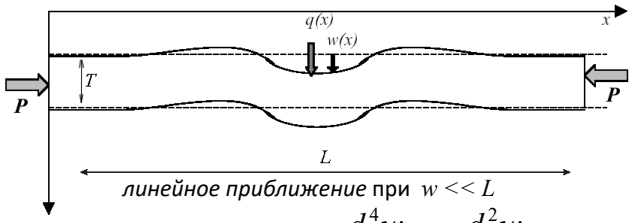
24

Проф. Захаров В.С.

Модель региональной изостазии
Изгиб тонкой упругой пластины

$T << L$ закон Гука $\sigma = E\varepsilon$

ε – деформация
σ – напряжение
E – модуль Юнга



линейное приближение при $w << L$

Уравнение в случае **однородной** (D=const) пластины:

$$D\frac{d^4w}{dx^4} + P\frac{d^2w}{dx^2} = q(x) \qquad (10)$$

$F_y = q$

$q(x)$ – сила, действующая на единицу поверхности пластины, в направлении, перпендикулярном плоскости рисунка, P - горизонтальная сила, отнесенная к единице длины в направлении, перпендикулярном плоскости рисунка

изгибная (цилиндрическая) **жесткость** :

$$D = \frac{ET^3}{12(1-\nu^2)} \qquad (11)$$

E – модуль Юнга, ν – коэффициент Пуассона, T – толщина пластины

25

Прогибание упругой литосферы под весом орогена

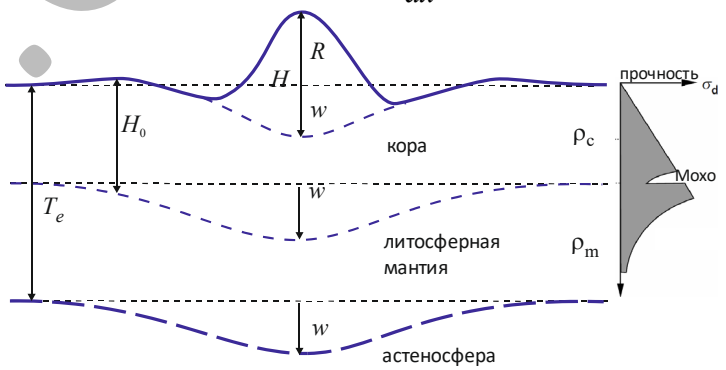
Однородная литосфера (D = const)
Нет продольного сжатия ($P = 0$)
$q(x) = \rho_c g H - \rho_m g w$

$$D\frac{d^4w}{dx^4} + \rho_m g w = \rho_c g H \qquad (12)$$

$F_y + F_A = F_T$

или, с учетом $H = R + w$

$$D\frac{d^4w}{dx^4} + (\rho_m - \rho_c) g w = \rho_c g R$$



T_e (EET) - *effective elastic thickness* – толщина **эквивалентной упругой пластины**, демонстрирующей прогибание под действием приложенной нагрузка, сходное с наблюдаемым прогибанием «реальной» литосферы

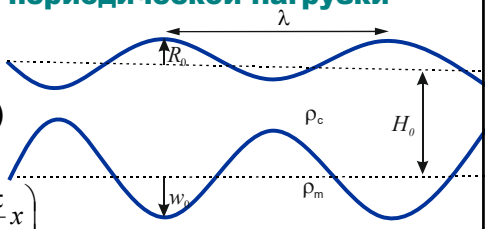
26

В.С.Захаров

Случай пространственно-периодической нагрузки

$$R(x) = R_0 \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

$$D\frac{d^4w}{dx^4} + (\rho_m - \rho_c)gw = \rho_c g R_0 \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \quad \textbf{(13)}$$



ищем решение в виде: $w(x) = w_0 \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$

подставляя в (13) получаем $D\left(2\pi/\lambda\right)^4 w_0 \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) + \Delta\rho g w_0 \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) = \rho_c g R_0 \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$

где $\Delta\rho = \rho_m - \rho_c$

амплитуда прогибания: $$w_0 = \frac{\rho_c g R_0}{\Delta\rho g + D\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^4} = \frac{\rho_c}{\Delta\rho} R_0 \frac{1}{1 + \frac{D}{g\Delta\rho}\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^4} \quad \textbf{(14)}$$

вводим $$\lambda^* = 2\pi\left(\frac{D}{g\Delta\rho}\right)^{1/4}$$ **- характерная длина волны** изгиба литосферы (зависит от соотношения упругих и архимедовых сил). **(15)**

$$w_0 = \frac{\rho_c}{\Delta\rho} R_0 \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{\lambda^*}{\lambda}\right)^4}$$

Величина прогибания зависит от **соотношения длины волны** нагрузки λ и **характерной длины** изгиба литосферы λ*

27

Предельные случаи:

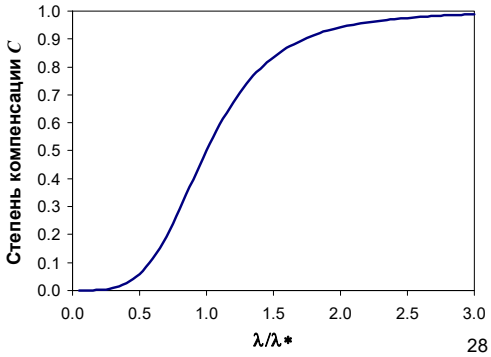
1. Нагрузка имеет малые пространственные размеры (λ << λ*).
   $w_0 \approx 0$. (Нагрузка удерживается за счет жесткости литосферы ≡ **отсутствие** изостазии)
2. Нагрузка имеет большие пространственные размеры (λ >> λ*).
   $w_0 \approx w_I = \rho_c / \Delta\rho R_0$ (Нагрузка удерживается за счет сил Архимеда ≡ **локальная** изостазия)

В системе есть **масштаб** длины: "малые" и "большие" пространственные размеры могут быть определены только **относительно собственной длины** волны изгиба литосферы λ*

Степень компенсации

Введем **степень компенсации** $$C = \frac{w_0(\lambda)}{w_I} = \frac{1}{1 + \left(\lambda^*/\lambda\right)^4}$$ где $w_I = \frac{\rho_c}{\Delta\rho} R$ **(16)**

Зависимость степени компенсации от длины волны нагрузки, (отнесенной к характерной длине волны изгиба литосферы λ*)



28

В.С. Захаров